19

EXERCICIOS LITERARIOS
DE LOS CABALLEROS PORCIONISTAS
DEL REAL COLEGIO DE S. TELMO
DE MALAGA,
QUE SE PRACTICARAN EN LOS DIAS

23,, 24,,

DEL MES DE MARZO DE ESTE AÑO DE 1798,

CON ASISTENCIA DE SUS RESPECTIVOS

CATEDRATICOS Y MAESTROS.

SIENDO DIRECTOR

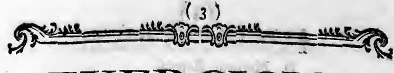
D. JOSEPH ORTEGA Y MONROY,

CABALLERO DE LA DISTINGUIDA ORDEN DE CARLOS III.
Y CANONIGO DE ESTA SANTA IGLESIA.



EN MALAGA:

Por D. Luis de Carreras, Impresor de esta M. I. Ciudad, de la Dignidad Episcopal, de la Santa Iglesia Catedral, y de dicho Real Seminario, en la Plaza.



EXERCICIOS
LITERARIOS
DE LOS CABALLEROS PORCIONISTAS
EN EL REAL COLEGIO DE S. TELMO
DE MALAGA.

CLASE DE PRIMERAS LETRAS
A CARGO DE SU MAESTRO
D. GABRIEL COBO RUIZ.

TOdos los Caballeros Porcionistas concurren à esta Clase : unos á aprender à leer con perfeccion , escribir con arreglo y buen carácter de letra , entender la Ortografia , y exercitarse en la Gramática Castellana ; y otros que estudian Gramática Latina y Matemáticas , à exercitar la pluma , ya copiando , ya escribiendo oficios , cartas familiares y políticas , actuandose en las reglas que deben observar para hacerlo con primor , y mejorar el carácter cursivo , como se echará de ver por los exemplares que presenten.

Los primeros son los siguientes.

D. Mariano Rapela.

D. Fernando Chacon.

D. Pedro Carrillo.

D. Mariano Carrillo.

D. Diego Terri.

D. Antonio Terri.

D. Pedro Rosales.

D. Juan de Mata Córdoba.

D. Joaquin Grivegnèe.

D. Manuel Maroto.

D. Ramon Carpeña.

D. Domingo Rigal.

D. Guillermo Anguarede.

D. Mauricio Champré.

D. Antonio Carrasco.

CLASE DE FRANCES

A CARGO DE

D. SANTIAGO LOUBEAU.

Actuarán los Señores

D. Salvador Arizon, que dirá una disertacion en Francés.

D. Fernando Villanueva.

D. Mariano Sesma.

D. Francisco Carrillo.

Estos Caballeros ofrecen dar cuenta de las Reglas de la pronunciacion, declinar nombres, conjugar verbos, leer, traducir, y decir en Francés las oraciones, que se les propusiere en Español.

CLASE DE LATINIDAD

A CARGO DE

D. CHRISTOBAL DE ZAFRA,

PRESBITERO,

CAPELLAN DE LOS SEÑORES PORCIONISTAS.

Actuarán.

D. Joseph Montaldo.	D. Francisco de Hoyos.
D. Pedro Osorio.	D. Domingo Rigal.
D. Mariano Carrillo.	D. Mariano Rapela.
D. Manuel Ortegas.	D. Fernando Chacón.
D. Francisco Chacon.	D. Pedro Chacon.

I.°

LOS cinco primeros construirán las Selectas de los Autores profanos, harán exercicio de todas las partes de la Oracion, y dirán géneros y pretéritos.

II.°

Los dos que siguen harán Oraciones primeras de infinitivo de *que*, y *de*; de *estando para*, y *habiendo*; de relativo de *por*, y de *por haber*; *Videor*, *ris*; de supino, y gerundio: dirán los géneros y partes de la Oracion.

III.°

Los quatro últimos declinarán, conjugarán, dirán las raíces de los verbos, las partes de la Oracion, y harán Oraciones hasta las de *que*, y *de*.

CLASE DE MATEMATICAS SUBLIMES A CARGO DE SU CATEDRATICO D. GERONIMO MAS.

Haec qui spernit, id est, has semitas sapientiae, ei denuncio non rectè philosofandum. Boetius. Arit. lib. 1. c. 1.

Introduccion.

ENtre los muchos métodos que se han inventado para enseñar y aprender con facilidad las Matemáticas, el mas obvio y natural, el mas proporcionado à la capacidad de todos, es sin duda alguna el que se funda en el Algebra [1]. Porque siendo esta ciencia una expresion abreviada de qualquier razonamiento, que hace el entendimiento en términos largos y complicados [2], con las letras y signos que son su carácter distintivo, no solo da mucha claridad y brevedad à lo que ha discurrido, sino que à cada paso le ofrece el estado de sus pensamientos, y le proporciona poder comenzar desde allí nuevos discursos. Todos los sábios de la Europa, que dan hoy dia el tono en las ciencias exâctas, conocen las ventajas de este método, en la sencillez à que reduce las larguísimas, y à veces dificultosísimas demostraciones de los antiguos, y experimentan el grande uso que tiene en la Geometría sublime, y ciencias fisico-Matemáticas de mas inmediata relacion con la Marina.

Por

1 Reyneau, science du calcul. Avert. du Pref. pag. 5.

2 Montucla, Histoire des Mathematiques. Tom. 1. pag. 473.

Por esto, y por ser la norma mas segura para no dar en mil escollos en el estudio de estas ciencias, se ha explicado primero el Algebra juntamente con la Aritmética, con aquella extension que ha permitido el corto tiempo que las ha tocado, empleándose lo restante de los seis meses que ha durado el Curso, en la aplicacion de aquella à esta, Trigonometría esférica, su aplicacion à la Astronomía esférica, cálculo diferencial, y la fortificacion, que siguen de ellas. Las proposiciones que se ofrecen demostrar y resolver en estos exercicios, son las principales de las que se han enseñado acerca de dichos tratados: las demas se han omitido, asi por incluirse en las referidas, como porque la estrechez del tiempo no ha dado lugar à exercitarse en ellas para tener prontas sus noticias, tanto como se requiere en un exâmen público.

I.

EXERCICIO QUE HAN DE TENER

D. Augusto la Cosse.

D. Salvador Arizon. D. Mariano Sesma.

D. Miguel Plowes. D. Manuel Barrientos.

D. Federico la Cosse. D. Francisco Vazquez.

ARITMETICA.

I.

EXplicar la naturaleza, y las diferentes especies de los números, sus caractéres, y su formacion.

II.

Leer ò pronunciar un número expresado con quantos guarismos se quisiere.

III.

Escribir qualquier número que se proponga.

IV.

Indicar quales son las operaciones fundamentales de esta ciencia ; manifestar sus signos , y otros de que se hace freqüente uso en el cálculo ; y explicar algunas nociones preliminares de la mayor importancia para su perfecta inteligencia.

V.

Sumar , restar , multiplicar , y partir las cantidades literales y numéricas.

VI.

Reducir las cantidades de unidades mayores á la menor especie ; y reciprocamente.

VII.

Dar una idea de los quebrados , y reducir los enteros juntos con quebrados à quebrados.

VIII.

Sacar los enteros que incluye un quebrado impropio.

IX.

Reducir los quebrados à un mismo denominador.

X.

Reducir los quebrados à su mas simple expresion , y hallar su mayor divisor comun.

XI.

Sumar , restar , multiplicar , y partir los quebrados.

XII.

Valuar los quebrados, y los quebrados de quebrados, explicando su naturaleza.

XIII.

Sumar, restar, multiplicar, y partir los números complexôs.

XIV.

Explicar la naturaleza de las cantidades decimales, leerlas y escribirlas.

XV.

Sumar, restar, multiplicar, y partir las cantidades decimales.

XVI.

Convertir un quebrado comun en fraccion decimal; y reciprocamente.

XVII.

Valuar una fraccion decimal qualquiera.

XVIII.

Reducir un número complexô à fraccion decimal, de modo que no se pierda ni la cantidad menor asignable que se quiera.

XIX.

Sacar la raiz quadrada, y cúbica de los quadrados, y cubos perfectos é imperfectos, de los quebrados, de los enteros juntos con quebrados, y de las fracciones decimales puras, ò con enteros.

XX.

Si à cantidades iguales se añade una misma cantidad, ó cantidades iguales, las sumas serán iguales.

XXI.

Si à cantidades iguales se quitan cantidades iguales ó una

una misma, las restas serán iguales.

XXII.

Si cantidades iguales se multiplican por una misma cantidad, ò por cantidades iguales, los productos serán iguales.

XXIII.

Si cantidades iguales se parten por una misma cantidad, ò por cantidades iguales, los cocientes serán iguales.

XXIV.

Aplicar las quatro proposiciones antecedentes à la investigacion de los fundamentos en que estriva la resolucion de las equaciones.

XXV.

Explicar el método general de resolver una equacion del primer grado.

XXVI.

Manifestar la naturaleza, y especies de la razon, y proporcion aritmética y geométrica.

XXVII.

En toda proporcion aritmética, si es discreta, la suma de los extremos es igual à la suma de los medios; y si es continua, la suma de los extremos es igual al duplo del término medio.

XXVIII.

En toda proporcion geométrica, si es discreta, el producto de los extremos es igual al producto de los medios; y si es continua, el producto de los extremos es igual al quadrado del término medio.

XXIX.

Si quatro cantidades son tales, que el producto de

 dos

dos de ellas es igual al producto de las otras dos; dichas cantidades formarán una proporcion geométrica.

XXX.

En toda proporcion geométrica, continua el quadrado del primer término, es al quadrado del segundo, coel primero es al tercero.

XXXI.

Hallar el valor de los quatro términos que forman una proporcion geométrica.

XXXII.

Si	$a : b = c : d$
será	
Alternando......	$a : c = b : d$
	$b : d = a : c$
	$c : a = d : b$
	$d : b = c : a$
Invirtiendo......	$b : a = d : c$
	$d : c = b : a$
Transponiendo.	$c : d = a : b$
Componiendo. .	$a+b : b = c+d : d$
	$a+b : a = c+d : c$
Dividiendo......	$a-b : b = c-d : d$
Convirtiendo ..	$a-b : a = c-d : c$
y tambien........	$a+c : b+d = c : d$
	$a-c : b-d = c : d$
	$a+c : b+d = a-c : b-d$
	$a+c : a-c = b+d : b-d$

$$af : b = cf : d$$

$$a : bf = c : df$$

a

$$\frac{a}{f} : b = \frac{c}{f} : d$$

$$a : \frac{b}{f} = c : \frac{d}{f}$$

$$af : bg = cf : dg$$

$$\frac{a}{f} : \frac{b}{g} = \frac{c}{f} : \frac{d}{g}$$

$$af : bf = c : d$$

$$\frac{a}{f} : \frac{b}{f} = c : d$$

$$a^m : b^m = c^m : d^m$$

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{c} : \sqrt[m]{d}$$

XXXIII.

Explicar qué es razon compuesta, y manifestar que si

$$a : b = c : d$$

y

$$e : f = g : h$$

será

$$ae : bf : = cg : dh$$

XXXIV.

XXXIV.

Manifestar que

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = ad : bc$$

y deducir que

$$\frac{a}{b} : \frac{a}{d} = d : b$$

y

$$\frac{1}{b} : \frac{1}{d} = d : b$$

XXXV.

Manifestar los fundamentos de la regla de tres, y sus especies; y aclarar esta doctrina con algunos exemplos.

XXXVI.

Explicar la naturaleza de la progresion aritmética; y hallar las fórmulas siguientes.

$$u = a + (n - 1)\,d$$

$$a = u - (n - 1)\,d$$

$$d = \frac{u - a}{n - 1}$$

$$n = \frac{u - a}{d} + 1$$

Siendo

u el último término.

a el primero.

d la diferencia.
n el número de los términos.

XXXVII.

Intercalar entre dos números dados quantos medios aritméticos se quiera.

XXXVIII.

Explicar la naturaleza de la progresion geométrica; y hallar las fórmulas siguientes.

$$u = aq^{n-1}$$

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{u}{a}}$$

$$a = \frac{u}{q^{n-1}}$$

$$n = \frac{Lu - La}{Lq} + 1$$

Denotando
a el primer término.
u el último.
q la razon geométrica.
n el número de los términos.

XXXIX.

Hallar entre dos números dados quantos medios geométricos se quiera.

XL.

XL.

Explicar la naturaleza de los logaritmos ; y hallar las fórmulas siguientes

$$Lab = La + Lb$$

$$La^{m} = m\,La$$

$$L\sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}La$$

$$L\frac{a}{b} = La - Lb:$$

y aplicarlas à todos los casos particulares que se ofrezcan de multiplicaciones , divisiones , elevaciones de potencias , extracciones de raices de qualquier grado que sean , y à la regla de tres.

XLI.

Hallar el logaritmo de un quebrado , de un entero junto con quebrado , y de una fraccion decimal pura , è que lleva enteros.

XLII.

Hallar el logaritmo de un número que pasa los límites de las tablas.

XLIII.

Hallar el número à que corresponde un logaritmo propuesto , ora pase los límites de las tablas , ora esté entre los logaritmos de dichas tablas.

XLIV.

XLIV.

Hallar el quebrado à que corresponde un logaritmo negativo propuesto.

XLV.

Manifestar la naturaleza del complemento aritmético, y aplicarlo à los logaritmos.

XLVI.

Dar à los logaritmos de los quebrados la misma forma, que à los logaritmos de los números enteros; y hallar el quebrado à que corresponde qualquiera de dichos logaritmos.

XLVII.

Elevar un quebrado à la potencia que se quiera, y extraer su raiz de qualquier grado que sea, haciendo uso del complemento aritmético.

II.

EXERCICIO QUE HAN DE TENER

D. Augusto Lacosse.

y

D. Federico Lacosse.

ALGEBRA.

I.

SUmar, restar, multiplicar, y partir las cantidades literales.

II.

Reducir una cantidad literal fraccionaria à quebrado.

III.

Sacar los enteros que incluye un quebrado literal.

IV.

Reducir los quebrados literales à su mas simple expresion, y hallar su mayor divisor comun.

V.

Sumar, restar, multiplicar, y partir los quebrados literales.

VI.

Elevar una cantidad monómia à una potencia qualquiera.

VII.

Manifestar que se puede trasladar una cantidad del

denominador al numerador, escribiéndola en éste como factor, pero con un exponente de signo contrario al que llevaba en el denominador; esto es, que

$$\frac{a^m}{b^n} = a^m b^{-n}$$

VIII.

Toda cantidad elevada à cero es igual à la unidad; esto es,

$$a^0 = 1$$

IX.

Explicar la naturaleza de las cantidades radicales, y manifestar el método de reducirlas à un mismo denominador, y à su mas simple expresion.

X.

Sumar, y restar las cantidades radicales, tanto reales, como imaginarias.

XI.

Multiplicar las cantidades radicales reales; y hallar las fórmulas

$$\sqrt{-b} \times \sqrt{-c} = -\sqrt{bc}$$

$$\sqrt{-b} \times -\sqrt{-c} = \sqrt{bc}$$

$$\sqrt{b} \times \sqrt{-c} = \sqrt{-bc},$$

que sirven para multiplicar las radicales imaginarias unas por otras, las reales por las imaginarias, y estas por aquellas.

XII.

XII.

Partir una radical qualquiera por otra radical real monómia ; y deducir de las fórmulas de la proposicion antecedente , las siguientes:

$$\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-b}} = -\sqrt{-\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{-\frac{a}{b}}$$

para partir unas por otras las mismas cantidades que allí se expresan.

XIII.

Manifestar que si se multiplica el binomio $a^m - b^m$ por la serie

$$a^{n-m} + a^{n-2m} b^m + a^{n-3m} b^{2m} + \&c.$$

continuada hasta que el número de los términos sea igual

$a \frac{n}{m}$, el producto será $a^n - b^n$.

XIV.

XIV.

Manifestar que la serie

$$a^{n-m} - a^{n-2m}b^{m} + a^{n-3m}b^{2m} - \&c.$$

multiplicada con las mismas circunstancias que la antecedente por $a^{m} + b^{m}$, dá por producto $a^{n} \pm b^{n}$

Sirviendo el signo superior, para quando el número de los términos es impar, y el inferior, quando es par.

XV.

Deducir de las dos proposiciones antecedentes un método general, para dividir un polinomio radical por un binomio tambien radical; y manifestar por medio de él que

$$\frac{S\sqrt{S} - s\sqrt{s}}{\sqrt{S} - \sqrt{s}} = S + \sqrt{Ss} + s:$$

$$\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}} = 2\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{20} + 2\sqrt[3]{10}$$

XVI.

Disertar sobre los infinitos y los varios grados que componen; haciendo ver que una cantidad infinita no crece, ni mengua por añadirla ò quitarla cantidades finitas.

XVII.

Explicar el método que se debe observar para determinar los valores de las fracciones, que por algunas circunstancias particulares se reducen à $\frac{0}{0}$, manifestando por su medio, que

$$\frac{a - \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x^2} = \frac{1}{2a}$$

en el caso de ser $x = 0$

XVIII.

Deducir de la proposicion antecedente un método para hallar en los casos particulares el valor de $0 \times \infty$, y de $\infty - \infty$, haciendo ver que

$$\frac{a(c - x)}{c - x} = a$$

en caso de ser $x = c$;
y que

$$\frac{1}{Lx} - \frac{x}{Lx} = -1$$

si se hace $x = 1$

XIX.

Hallar la fórmula de Newton

(P

$$(P+PQ)^m = P^m + mAQ + \frac{m-1}{2} BQ + \frac{m-2}{3} CQ + \&c.$$

para elevar un binomio à una potencia qualquiera, haciendo ver que para el caso de sacar una raiz qualquiera n del mismo, se convierte en estotra.

$$(P+PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n} AQ + \frac{m-n}{2n} BQ + \frac{m-2n}{3n} CQ + \&c.$$

XX.

Hallar la serie

$$L\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2A\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \&c.\right)$$

que expresa el logaritmo de un número dado; deduciendo, que en el sístema de Briggs en que la base logaritmica $a = 10$, es

$$1 = A \times 2, 3025 \&c.$$

y el módulo

$$A = 0, 4342 \&c.$$

XXI.

Hallar la serie

$$a^z = 1 + pz + \frac{p^2z^2}{2} + \frac{p^3z^3}{2 \times 3} + \&c.;$$

y deducir de ella, que en el sistema de Nepero, ò de los logaritmos hyperbolicos, en que el módulo $A = 1$, la base logaritmica es

a

$$a = 2,7182\ \&c$$

XXII.

Construir por medio de las fórmulas antecedentes las tablas de los logaritmos, y deducir de ellas estotras.

$$\text{Log. tabular} \times 2,3025\ \&c. = \text{Log. hyperb.}$$

$$n = 1 + Ln + \frac{L^2 n}{2} + \frac{L^3 n}{2 \times 3} + \&c.$$

para transformar los logaritmos, y hallar el número correspondiente à un logaritmo dado.

XXIII.

Resolver qualquiera equacion de primer grado que tenga una, dos, tres, ò mas incognitas.

XXIV.

Resolver qualquiera equacion simple de segundo grado.

XXV.

Dar el método de resolver las equaciones afectas de segundo grado.

XXVI.

Dada la equacion general de segundo grado.

$$x^2 + px + q = 0;$$

hallar la fórmula general

$$x = -\tfrac{1}{2}p + \sqrt{(\tfrac{1}{4}p^2 - q)}$$

para resolver con mucha facilidad todas las equaciones que se propongan del mismo grado.

XXVII.

XXVII.

Manifestar que los divisores a , d , g de los términos de una equacion, como

$$x^3 + \frac{b}{a} x^2 + \frac{c}{d} x + \frac{f}{g} = 0$$

se desvanecerán substituyendo $x = \frac{y}{adg}$, y multiplicando despues la equacion por adg.

XXVIII.

Manifestar, que para quitar el segundo término de la equacion general

$$x^m \pm a x^{m-1} \pm b x^{m-2} \pm \text{\&c.} \ldots P = 0$$

se debe substituir

$$x = y \mp \frac{a}{m}$$

Para quitar el tercero

$$x = y \mp \frac{a}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{a^2}{m^2} \mp \frac{2b}{m(m-1)}\right)}$$

&c.

Sirviendo el signo superior para quando los términos son positivos, y el inferior para quando son negativos.

XXIX.

Hallar la fórmula

$$x = \sqrt[m]{\left(-\tfrac{1}{2} p \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4} p^2 - q)}\right)}$$
D

pa-

para determinar las raices de todas las equaciones de grado par ; esto es , del segundo , quarto , sexto , &c. representadas generalmente por la equacion.

$$x^{2m} + p x^{m} + q = 0 .$$

XXX.

Hallar la fórmula

$$\sqrt{(P \pm Q)} = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}P + \tfrac{1}{2}\sqrt{(P^2 - Q)}\right)} \pm \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}P - \tfrac{1}{2}\sqrt{(P^2 - Q)}\right)}$$

para sacar la raiz quadrada de las cantidades en parte racionales , y en parte irracionales ; en la qual , aunque en cada uno de los dos términos del segundo miembro hay dos radicales , no habrá en la realidad sino uno , quando fuere $P^2 - Q$ comensurable.

XXXI.

Manifestar por medio de la fórmula antecedente que

$$\sqrt{(7 + \sqrt{48})} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{(2\sqrt{-1})} = 1 + \sqrt{-1}$$

XXXII.

Representando la raiz quadrada de la cantidad $A + \sqrt{B} + \sqrt{C} + \sqrt{D}$ compuesta de una parte racional , y tres radicales del segundo grado , por $\sqrt{p} + \sqrt{q} + \sqrt{r}$, de modo que sea

$$\sqrt{(A + \sqrt{B} + \sqrt{C} + \sqrt{D})} = \sqrt{p} + \sqrt{q} + \sqrt{r},$$

manifestar que resultando

$$p = \frac{A + \sqrt{(A^2 - B - C)}}{2}$$

la cantidad $\sqrt{(A^2 - B - C)}$ será racional, si $A + \sqrt{B} + \sqrt{C} + \sqrt{D}$ es un quadrado perfecto; y que no obstante, es necesario que, halladas las cantidades p, q, r, se tenga la equacion de condicion

$$\frac{C}{4p} = \frac{D}{4q}$$

para que sea posible la extraccion de la raiz.

XXXIII.

Manifestar por medio de la proposicion antecedente que

$$\sqrt{(10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60})} = \pm \sqrt{(5 + \sqrt{2} + 3)}$$

XXXIV.

Resolver las equaciones por el metodo de los divisores comensurables; y hallar un expediente para escusar muchas divisiones inutiles, quando son muchos los del último término de la equacion, haciendo ver la práctica de dicho metodo en la equacion

$$x^3 + 3x^2 - 8x - 10 = 0$$

XXXV.

Suponiendo que la raiz cúbica de la cantidad $P + \sqrt{Q}$ en parte racional, y en parte irracional esté representada por $(x + \sqrt{y})\sqrt[3]{z}$, de modo que

 $\sqrt[3]{\ }$

$$\sqrt[3]{(P+\sqrt{Q})} = (x+\sqrt{y})\sqrt[3]{z};$$

manifestar que z debe ser tal que dexe à $\sqrt[3]{((P^2-Q)z)}$ comensurable; que el valor de x se ha de hallar resolviendo la equacion

$$4x^3 - 3ax - \tfrac{z}{a}P = 0$$

por medio de los divisores comensurables, siendo

$$a = \frac{\sqrt[3]{((P^2-Q)z)}}{z}$$

y que es

$$y = x^2 - a;$$

de suerte, que substituyendo los valores correspondientes de z, x, y en la expresion $(x+\sqrt{y})\sqrt[3]{z}$, se tendrán la raiz, ò raices que se buscan.

XXXVI.

Hacer ver por medio de la proposicion antecedente, que

$$\sqrt[3]{(10+6\sqrt{3})} = 1+\sqrt{3}$$

y $$\sqrt[3]{(-11-2\sqrt{-1})} = 1+2\sqrt{-1}$$

XXXVII.

Dada la fórmula general

$$x^3 + px + q = 0$$

de

de las equaciones del tercer grado, en que falta el segundo término; hallar las siguientes de sus tres raices:

$$x = \sqrt[3]{\left(-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}q^2 + \tfrac{1}{27}p^3\right)}\right)}$$
$$+ \sqrt[3]{\left(-\tfrac{1}{2}q - \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}q^2 + \tfrac{1}{27}p^3\right)}\right)}$$

$$x = \sqrt[3]{\left(-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}q^2 + \tfrac{1}{27}p^3\right)}\right)}\,\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$$
$$+ \sqrt[3]{\left(-\tfrac{1}{2}q - \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}q^2 + \tfrac{1}{27}p^3\right)}\right)}\,\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\left(-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}q^2 + \tfrac{1}{27}p^3\right)}\right)}\,\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$$
$$+ \sqrt[3]{\left(-\tfrac{1}{2}q - \sqrt{\left(\tfrac{1}{4}q^2 + \tfrac{1}{27}p^3\right)}\right)}\,\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$$

manifestando por ellas, que si p fuere positiva, ò si, siendo negativa, fuese $\frac{1}{4}q^2 > \frac{1}{27}p^3$; la cantidad $\sqrt{(\frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{27}p^3)}$ será siempre positiva, y la equacion tendrá en ambos casos una raiz real, y dos imaginarias.

XXXVIII.

Suponiendo p negativa, y $\frac{1}{4}q^2 < \frac{1}{27}p^3$, y haciendo $\frac{1}{2}q = m$, y $\sqrt{(\frac{1}{4}q^2 - \frac{1}{27}p^3)} = \sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2)}\sqrt{-1} = n\sqrt{-1}$; hallar las fórmulas siguientes de las tres raices de la equacion $x^3 - px + q = 0$; esto es,

$$x = \sqrt[3]{(-m + n\sqrt{-1})} - \sqrt[3]{(m + n\sqrt{-1})}$$

$$x = \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{(m + n\sqrt{-1})} - \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{(-m + n\sqrt{-1})}$$

$$\pm \left(\tfrac{1}{2}\sqrt[3]{(m + n\sqrt{-1})} + \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{(-m + n\sqrt{-1})}\right) \times \sqrt{-3};$$

ò para manifestar que las tres raices deberán ser reales en este caso llamado el *irreductible*, las equivalentes

$$x = -2m^{\frac{1}{3}}\left(1 + \frac{n^2}{9m^2} - \frac{10\,n^4}{243\,m^4} + \&c.\right)$$

$$x = m^{\frac{1}{3}}\left(1 + \frac{n^2}{9m^2} - \frac{10\,n^4}{243\,m^4} + \&c.\right)$$

$$\mp \frac{n}{m^{\frac{2}{3}}\sqrt{3}}\left(1 - \frac{5\,n^2}{27\,m^2} + \frac{22\,n^4}{243\,m^4} - \&c.\right)$$

XXXIX.

Manifestar que las tres raices de la equacion

$$x^3 - px + q = 0$$

están tambien representadas en el caso irreductible por las fórmulas

$$x = \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}p}}{R}\ \text{sen}\ \tfrac{1}{3}\,a$$

$$x = \frac{2\sqrt{\frac{1}{3}p}}{R} \text{ sen } (60^\circ - \tfrac{1}{3}a)$$

$$x = -\frac{2\sqrt{\frac{1}{3}p}}{R} \text{ sen } (60^\circ + \tfrac{1}{3}a)$$

Siendo $\text{sen}\,a = \dfrac{R \times 3q\sqrt{3}}{2p\sqrt{p}}$, y R el radio de las tablas.

XL.

Siendo u un arco, cuyo radio $= 1$; manifestar que

$$(\cos u + \text{sen}\,u\sqrt{-1})^m = \cos mu + \text{sen}\,mu\sqrt{-1}$$

y el mismo arco

$$u = \frac{1}{\sqrt{-1}} L\,(\text{sen}\,u\sqrt{-1} + \cos u)$$

XLI.

Manifestar que todas las cantidades imaginarias de qualquiera especie que sean, pueden reducirse siempre à la forma

$$M + N\sqrt{-1}$$

Siendo M, y N cantidades reales.

XLII.

Dada la fórmula general

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0$$

de

de las equaciones del quarto grado, en que falta el segundo término, y que la multiplicacion de las dos equaciones $x^2 + gx + m = 0$, y $x^2 - gx + n = 0$ del segundo grado transforma en

$$g^6 + 2pg^4 + p^2g^2 - q^2 = 0$$
$$- 4rg^2$$

llamada la *reducida*; hallar las siguientes de sus quatro raices.

$$x = \tfrac{1}{2}g + \sqrt{\left(-\tfrac{1}{4}g^2 - \tfrac{1}{2}p - \frac{q}{2g}\right)}$$

$$x = \tfrac{1}{2}g - \sqrt{\left(-\tfrac{1}{4}g^2 - \tfrac{1}{2}p - \frac{q}{2g}\right)}$$

$$x = -\tfrac{1}{2}g + \sqrt{\left(-\tfrac{1}{4}g^2 - \tfrac{1}{2}p + \frac{q}{2g}\right)}$$

$$x = -\tfrac{1}{2}g - \sqrt{\left(-\tfrac{1}{4}g^2 - \tfrac{1}{2}p + \frac{q}{2g}\right)}$$

en las quales $g = \pm\sqrt{n}$, y por lo mismo tiene dos valores reales.

XLIII.

Haciendo $a = \tfrac{1}{2}g$; $b = \sqrt{\left(-\tfrac{1}{4}g^2 - \tfrac{1}{2}p - \frac{q}{2g}\right)}$;

y $c = \sqrt{\left(-\tfrac{1}{4}g^2 - \tfrac{1}{2}p + \frac{q}{2g}\right)}$; manifestar que la reducida será

g^6

$$
\begin{aligned}
g^6 - 4a^2 g^4 + 8a^2 b^2 g^2 + 8a^2 b^2 c^2 &= 0 \\
- 2b^2 g^4 + 8a^2 c^2 g^2 - 4a^2 b^4 & \\
- 2c^2 g^4 + b^4 g^2 - 4a^2 c^4 & \\
- 2b^2 c^2 g^2 & \\
+ c^4 g^2 &
\end{aligned}
$$

y sus tres raices

$$g^2 = (2a)^2$$

$$g^2 = (b + c)^2$$

$$g^2 = (b - c)^2$$

XLIV.

Deducir de la proposicion antecedente 1.°, que quando la reducida, considerada como equacion de tercer grado, no tuviere mas que una raiz real, la propuesta de quarto grado tendrà dos raices reales, y dos imaginarias: 2.° que quando las tres raices de la reducida fuesen todas reales, pueden las quatro de la propuesta de quarto grado ser, ò todas reales, ò todas imaginarias, y que serán reales quando todas las tres raices de la reducida son positivas; è imaginarias, quando sola una de las raices de la reducida es positiva: de suerte, que, si se hace $2a = M$; $b + c = N$; y $b - c = P$; las quatro raices de la equacion de quarto grado, serán en el primer caso

$$x = \tfrac{1}{2} M \pm \tfrac{1}{2} (N + P)$$

$$x = - \tfrac{1}{2} M \pm \tfrac{1}{2} (N - P)$$

y en el segundo

$$x = -\tfrac{1}{2} M \pm \tfrac{1}{2} (N + P) \sqrt{-1}$$

$$x = -\tfrac{1}{2} M \pm \tfrac{1}{2} (N - P) \sqrt{-1}$$

XLV.

Manifestar que qualquier problema indeterminado, representado por la equacion general

$$a x = b y + c$$

dará en la resolucion tantos valores positivos de x, quantos resulten de y en la equacion

$$y = a E - d$$

Denotando

a, b, c, d números enteros positivos.

E el entero, que substituido desde la unidad debe dar las resoluciones posibles.

XLVI.

Manifestar por el método de los coeficientes indeterminados que

$$\frac{a}{b \pm x} = \frac{a}{b} \mp \frac{a x}{b^2} \pm \frac{a x^2}{b^3} \mp \frac{a x^3}{b^4} \pm \&c.$$

y

$$(a+x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} + \frac{x}{2\sqrt{a}} - \frac{x^2}{8a\sqrt{a}} + \frac{x^3}{16a^2\sqrt{a}} - \&c.$$

XLVII.

Dada la equacion general

$$x = a y^{m} + b y^{m+n} + c y^{m+2n} + \&c.;$$

hallar la fórmula

$$y = u^{\frac{1}{m}} - \frac{b}{ma} u^{\frac{1+n}{m}}$$

$$+ \frac{(m+1+2n)b^2 - 2mac}{2m^2a^2} u^{\frac{1+2n}{m}}$$

$$-\left(\frac{(2m^2+9mn+9n^2+3m+6n+1)b^3}{6m^3a^3}\right.$$

$$\left. + \frac{(m+3n+1)bc}{m^2a^2} - \frac{d}{ma}\right) u^{\frac{1+3n}{m}} \&c.$$

en que se supone $u = \frac{x}{a}$; para manifestar el metodo inverso de las series, ò, lo que viene à ser lo mismo, tener el valor de y en potencias de x en todos los casos particulares que se ofrezcan.

XLVIII.

Hallar las fórmulas

$$S = \frac{x}{1-x}\,a + \frac{x^3}{(1-x)^2}\,da + \frac{x^3}{(1-x)^3}\,d^2a + \&c.$$

$$S = \frac{x}{1+x}\,a - \frac{x^2}{(1+x)^2}\,da + \frac{x^3}{(1+x)^3}\,d^2a - \&c.$$

para sumar las series por medio de las diferencias ; y deducir de la última estotra.

$$S = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4}\,da + \tfrac{1}{8}\,d^2a - \&c.$$

Expresando

a	el coeficiente del primer término en las dos primeras, y el primer término en la última.
da, d^2a &c.	las diferencias primeras, segundas, &c de los coeficientes en aquellas, y de los términos en esta.
S	la suma de los términos.

XLIX.

Manifestar por medio de las fórmulas antecedentes, que

$$x + 3x^2 + 5x^3 + 7x^4 + \&c. = \frac{x + x^2}{(1-x)^2}$$

$$x + 4x^2 + 9x^3 + 16x^4 + \&c. = \frac{x + x^2}{(1-x)^3}$$

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c. = \tfrac{1}{2}$$

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \&c. = \tfrac{1}{4}$$

$$1 - 3 + 5 - 7 + 9 - \&c. = 0$$

$$1 - 3 + 6 - 10 + 15 - \&c. = \tfrac{1}{8}$$

APLI-

APLICACION

DEL ALGEBRA A LA ARITMETICA.

I.

DAda la suma *a*, y la diferencia *d* de dos cantidades *x*, *e*, *y*, siendo *x* la mayor; hallar estas cantidades.

II.

Hallar las fórmulas

$$x = \frac{m\,a}{m + n + p}$$

$$y = \frac{m\,t\,a}{m\,t + n\,t' + p\,t''}$$

para hacer una Regla de Compañía con tiempo, y sin él

Expresando

a	la ganancia, ò pérdida total.
m, n, p	los capitales de los asociados.
t, t', t''	los respectivos tiempos que han estado en el fondo comun.
x, y	las ganancias, ò pérdidas que tocan à los asociados.

III.

Dada la progresion aritmética

$$\div\, a \,.\, a + d \,.\, a + 2\,d \,.\, a + 3\,d \,.\ \&c.\ ;$$

ha-

hallar las fórmulas siguientes

De la suma

$$s = (a + u)\frac{n}{2} =$$

Del último término

$$u = \frac{2s}{n} - a = \frac{s}{n} + \frac{(n-1)d}{2}$$

Del primero

$$a = \frac{2s}{n} - u = \frac{s}{n} - \frac{(n-1)d}{2}$$

Del número de los términos

$$n = \frac{2s}{a+u} = \tfrac{1}{2} - \frac{a}{d} + \sqrt{\left(\frac{2s}{d} + \tfrac{1}{4} - \frac{a}{d} + \frac{a^2}{d^2}\right)}$$

IV.

Dada la progresion geométrica

$$\because a : aq : aq^2 : aq^3 : \&c.;$$

hallar las fórmulas siguientes:

De la suma

$$S = \frac{uq - a}{q - 1} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{u}{q^{n-1}}\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$

$$= \frac{\sqrt[n-1]{u^n} - \sqrt[n-1]{a^n}}{\sqrt[n-1]{u} - \sqrt[n-1]{a}}$$

Del último término

$$u = s - \frac{s-a}{q} = s\,q^{n-1} \left(\frac{q-1}{q^n - 1}\right)$$

Del primero

$$a = u\,q - s\,q + s = s \left(\frac{q-1}{q^n - 1}\right)$$

De la razon

$$q = \frac{s-a}{s-u}$$

Del número de los términos

$$n = \frac{L\,(s\,q - s + a) - La}{Lq}$$

$$= 1 + \frac{Lu - L\,(uq - s\,q + s)}{Lq}$$

$$= 1 + \frac{L\,u - L\,a}{L\,(s-a) - L\,(s-u)}$$

V.

Hallar la fórmula genetal

$$x = \frac{b\,c \pm a\,d}{c \pm d}$$

para hacer una Regla de dos falsas posiciones

Representando

a	el primer número supuesto.
b	el segundo.
c	la primera equivocacion.
d	la segunda.
x	el número que se busca.

VI.

Hallar la fórmula

$$x = \frac{A\,m + B\,n + \&c.}{A + B + \&c.}$$

para hacer una Regla de aligacion, en la qual

Representan

A, B, &c.	las calidades de un mismo género.
m, n, &c.	sus precios.
x	el precio à que se ha de vender la mezcla para no perder, ni ganar.

VII.

Hallar la fórmula

$$m \left\{ \begin{array}{l} m + a \\ m - d \end{array} \right\} \begin{array}{l} d \\ a \end{array}$$

para saber en qué proporcion se han de mezclar unos con otros dos géneros para venderlos à un precio medio

Siendo

$m + a$, $m - d$ los precios de los dos géneros.
m el precio medio.

VIII.

Habiendo encargado à un Artifice una obra que corria prisa, ajustada, se le previno, que si la concluia para cierto dia, se le darian tantos doblones de gratificacion, como dias tenia aquel plazo; pero que pasado dicho dia, se le rebajarian de la gratificacion 40 reales por cada uno que se retardase: se tiene memoria, que al cabo de 20 dias en que concluyó la obra, le quedaron 700 reales de gratificacion, y se quiere saber de quantos dias fue el plazo.

IX.

Un padre dispuso en su testamento que se repartiesen sus bienes entre sus hijos, de modo, que al mayor se le diesen 1000 pesos, y la sexta parte de lo que quedase; al segundo 2000 pesos, y la sexta parte de lo que quedase, habiendo sacado primero toda su parte el hijo mayor; al tercero 3000 pesos, y la sexta parte de lo que quedase, quitadas las partes de los dos primeros hijos, y así de los demas. Executada esta disposicion, se halló que los hijos salian à partes iguales: se pide quantos eran los hijos, y quanto caudal tenia el padre.

X.

X.

Hallar un número, que añadido siete veces al agregado de su quadrado, y de 60 dé la suma 50.

XI.

Dadas las equaciones

$$3x = 2y + 5$$

$$9x = 2000 - 13y$$

hallar todos los valores de x, y de y expresados en números enteros positivos.

XII.

Hallar un número, cuyo cubo sea igual á seis veces el mismo número mas 9.

XIII.

Hallar un número tal, que si de su quarta potencia se quita el triplo de su quadrado, y quarenta y dos veces el mismo número, sea la resta 40.

XIV.

Dado el capital, el tiempo que está puesto à intereses, y el tanto por ciento que ha de ganar; hallar la suma que componen al cabo de un tiempo determinado el capital, y los intereses juntos; esto es,

$$s = p + ptr$$

Expresando

p	el capital.
t	el tiempo.
r	el interes que dá un real al año.
s	la suma que se busca.

XV.

Deducir de la fórmula antecedente las siguientes:

Para el tiempo

$$t = \frac{s - p}{p\,r}$$

Para el interes

$$r = \frac{s - p}{p\,t}$$

Para el capital

$$p = \frac{s}{r\,t + 1}$$

XVI.

Dada una suma de dinero, que se ha de pagar cada año, el número de años que dexa de pagarse, y el interes anual que devenga por razon de los atrasos; hallar quanto se ha de pagar al cabo de dicho tiempo por la renta, y los intereses; esto es,

$$s = \frac{(t - 1)\,r + 2}{2} \times t\,a$$

Expresando

a	el capital.
t, r, s	lo mismo que en la proposicion antecedente.

XVII.

Deducir de la fórmula antecedente las siguientes:

Pa-

Para el tiempo

$$t = \sqrt{\left(\frac{2s}{ar} + \left(\frac{2-r}{2r}\right)^2\right)} - \frac{2-r}{2r}$$

Para el interes anual

$$r = \frac{2s - 2ta}{(t-1)\,ta}$$

III.

EXERCICIO QUE HAN DE TENER

D. Augusto Lacosse, D. Federico Lacosse, y D. Francisco Carrillo.

TRIGONOMETRIA ESFERICA.

I.

EXplicar el objeto de la Trigonometría Esférica, y dar algunas difiniciones necesarias para su inteligencia.

II.

La suma de los tres lados de un triángulo esférico siempre es menor que 360°.

III.

Sea un triángulo esférico qualquiera, y otro triángulo esférico tal, que los ángulos de aquel sean polos de los lados de éste: cada lado, y ángulo del segundo triángulo, será suplemento del ángulo, y lado que es su opuesto en el primero.

IV.

La suma de los ángulos de un triángulo esférico vale siempre menos que 540°., y mas que 180°; de donde se sigue: 1.°, que un triángulo esférico puede tener obtusos ò rectos sus tres ángulos: 2.°, que si el triángulo esférico es rectángulo, la suma de los ángulos obliquos es siempre mayor que 90°.

V.

V.

Dar un método general para conocer en qué casos los ángulos, ò lados, que se buscan en los triángulos esféricos qualesquiera, han de ser obtusos, ò agudos; y explicar qué son *partes separadas*, *y adyacentes*, *segmentos del ángulo vertical*, *y segmentos de la base.*

VI.

Hallar en un triángulo esférico rectángulo qualquiera las analogías siguientes:

R : sen B = sen H : sen M

R : cos B = tang H : tang N

R : sen N = tang B : tang M

R : sen C = cos M : cos B

R : cos M = cos N : cos H

R : cot B = cot C : cos H

ò R : cos H = tang C : cot B

Expresando

B, C	los dos ángulos obliquos:
M, N	sus lados opuestos.
R	el radio de las tablas

VII.

Resolver por medio de la proposicion antecedente un triángulo esférico rectángulo, quando se conocen: 1.° la hypotenusa, y un lado: 2.° un lado, y el ángulo opuesto: 3° un lado, y el ángulo adyacente: 4° la hy-

po-

potenusa, y un ángulo: 5.º los dos lados: 6.º los dos ángulos.

VIII.

Hallar en qualquier triángulo esférico obliquángulo las analogías siguientes:

sen B : sen C = sen M : sen N

sen x : sen y = cos B : cos C

cos x : cos y = cot N : cot M

sen a : sen b = cot B : cot C

cos a : cos b = cos N : cos M

Representando

A, B, C	los tres ángulos.
P, M, N	sus lados opuestos.
a	el segmento de la base contiguo al lado N del triángulo, que siempre será el de la izquierda.
b	el otro segmento de la base.
x	el segmento del ángulo vertical opuesto al primero de la base.
y	el otro segmento del ángulo vertical opuesto al segundo de la misma base.

IX.

Manifestar que en todo triángulo esférico es

$$\text{Cos } A = \frac{\cos P - \cos M \cos N}{\text{sen } M \text{ sen } N}$$

X.

X.

Deducir de la fórmula antecedente la siguiente

$$\text{sen } \tfrac{1}{2} \text{ ángulo} = r \sqrt{\left(\frac{\text{sen} \left(\frac{1}{2} s - b \right) \text{sen} \left(\frac{1}{2} s - c \right)}{\text{sen b sen c}} \right)}$$

para tener un ángulo qualquiera de un triángulo esférico obliquángulo, quando son conocidos los tres lados.

Representando

b, c	los lados, que forman el ángulo que se busca.
s	la suma de los tres lados.
r	el radio de las tablas.

XI.

Deducir de la fórmula antecedente estotra.

$$\cos \tfrac{1}{2} \text{ lado} = r \sqrt{\left(\frac{\cos \left(\frac{1}{2} s' - b' \right) \cos \left(\frac{1}{2} s' - c' \right)}{\text{sen } b' \text{ sen } c'} \right)}$$

para conocer un lado de un triángulo esférico obliquángulo, quando se dán conocidos los tres ángulos.

Siendo ahora

s′	la suma de los tres ángulos.
b′, c′	los ángulos adyacentes al lado que se busca.
r	lo mismo que antes.

XII.

Resolver por medio de las quatro últimas proposiciones qualquier triángulo esférico obliquángulo quando se conocen: 1.° dos ángulos, y un lado opuesto à uno de dichos ángulos: 2.° dos lados, y un ángulo opuesto al uno de estos lados: 3.° dos lados, y el ángulo que forman: 4.° un lado, y los dos ángulos adyacentes al mismo lado: 5.° los tres lados: 6.° los tres ángulos.

APLICACION

DE LA DOCTRINA ANTECEDENTE A LA

ASTRONOMIA ESFERICA.

Dirigiéndose los estudios de esta Clase de Matemáticas al Real servicio de la Marina, de quantas aplicaciones pueden hacerse de los principios que hemos sentado de Trigonometría à la Astronomía Esférica, ninguna es tan acreedora à este lugar, como la que mas contribuye para la perfecta inteligencia de la Navegacion. Nos ceñiremos, pues, à deducir de ellos los métodos mas seguros de calcular las Observaciones Nauticas, y desterrar de este modo la envejecida, y poco decorosa rutina que suele seguirse en la práctica de estas operaciones. Para desempeñarlo del mejor modo que nos sea posible, ofrecemos resolver las proposiciones siguientes.

I.

Dada la latitud de un Navío, la altura de un Astro, y su distancia al Polo; hallar la fórmula

$$\text{sen}^2 \tfrac{1}{2} A = \frac{\cos \tfrac{1}{2} (L + D + E) \text{ sen } \tfrac{1}{2} (L + D - E)}{\cos L \text{ sen } D}$$

para saber la hora que es

Representando

L la latitud del Navío.
E la altura del Astro.

D su distancia al Polo.
A el ángulo horario.

II.

Suponiendo lo mismo que en la proposicion antecedente; hallar la fórmula

$$\cos^2 \tfrac{1}{2} B = \frac{\cos \tfrac{1}{2} (L + D + E) \cos \tfrac{1}{2} (L + E - D)}{\cos L \ \cos E}$$

para calcular el Azimuth de un Astro.

Expresando

B el ángulo azimutal contado desde el Septentrion.
L, E, D lo mismo que antes.

III.

Sabiéndose la hora que es en un Navío, la altura de un Astro, y su distancia al Polo elevado; si se observa este entre el Este, ù Oeste, y el Polo elevado, será la latitud de aquel

$$L = Q - M$$

y si la observacion se hace entre el Este ù Oeste, y el Polo depreso

$$L = 180^\circ - (M + Q)$$

Siendo en ambas fórmulas

$$\text{tang } M = \cos A \text{ tang } D$$

y

$$\text{sen } Q = \frac{\text{sen } E \ \text{sen } M}{\cos A \ \text{sen } D}$$

IV.

Dada la hora que es en un Navio, su latitud, y la distancia de un Astro al Polo; hallar la fórmula

$$\text{sen } \tfrac{1}{2} (90^\circ - E) = \frac{\text{sen } \tfrac{1}{2} (90^\circ - (L + D))}{\cos M}$$

para saber su altura.

Siendo ahora

$$\text{tang } M = \frac{\text{sen } \tfrac{1}{2} A \sqrt{(\cos L \text{ sen } D)}}{\text{sen } \tfrac{1}{2} (90^\circ - (L + D))}$$

V.

Hallar la fórmula

$$\text{sen } \tfrac{1}{2} x = \cos \tfrac{1}{2} (a' + b') \cos A$$

para tener la distancia reducida de la Luna à un Astro, con quien se compara, en la qual es

$$\text{sen } A = \frac{\sqrt{\left(\frac{\cos \tfrac{1}{2} (a + b + D) \cos \tfrac{1}{2} (a + b - D) \cos a' \cos b'}{\cos a \cos b} \right)}}{\cos \tfrac{1}{2} (a' + b')}$$

Y representan

a	la altura aparente de la Luna.
a′	su altura corregida.
b	la altura aparente del Astro con quien se compara.

b′

h' su altura corregida.
D la distancia aparente de los dos Astros.
x su distancia reducida.

VI.

Hallar la fórmula

$$E = \frac{32' \, 20''}{\cos D \ \cos L}$$

para conocer el efecto que causa la refraccion sobre la hora de nacer, y ponerse un Astro visto de una latitud qualquiera

Expresando

D la declinacion del Astro.
L la latitud de un Navío.
E el efecto de la refraccion.

VII.

Dada la latitud de un Navío, y la declinacion de un Astro; hallar su amplitud, y el arco semidiurno, tanto verdaderos, como aparentes.

VIII.

Suponiendo lo mismo que en la proposicion antecedente; hallar la fórmula.

$$x = 6^{h} \pm N$$

para saber la hora del pasage del Sol por el vertical primario; en la qual es

$$\text{sen } N = \text{tang } D \ \text{tang } L \,;$$

Sirven

$+$ para quando el Sol está en el emisferio boreal.

$-$ quando está en el austral,

Y representan

L la latitud del Navío.
D la declinacion del Sol.
N el número de grados, y minutos reducido à tiempo, que se debe añadir ò quitar à 6 h.
x el instante en que el Sol pasa por el vertical primario.

IX.

Con los mismos datos de la proposicion antecedente; hallar la fórmula

$$\text{sen } E = \frac{\text{sen } D}{\text{sen } L}$$

para saber la altura verdadera del centro del Sol, quando pasa por el vertical primario.

Representando

E la altura del Astro.
D, L lo mismo que allí.

X.

Hallar la fórmula

$$\cos C = \frac{r}{r + e}$$

pa-

para tener la depresion del horizonte en un Navío.

Siendo

e la altura del Navío sobre la Mar.
r el radio de la Tierra.
C la depresion del horizonte.

XI.

Dada la Ascension recta, y la declinacion de un Astro; hallar su longitud y latitud.

XII.

Dadas la longitud y latitud de dos lugares; hallar la verdadera distancia que hay del uno al otro.

IV.

EXERCICIO QUE HAN DE TENER

D. Augusto Lacosse, D. Federico Lacosse,

y

D. Fernando Villanueva.

CALCULO DIFERENCIAL.

I.

MAnifestar el objeto del cálculo diferencial, deduciendo qualquiera de las reglas siguientes, que sirven para la diferenciacion de todas las cantidades; esto es, que

$$d(x+y-z)=dx+dy-dz;\ d(ax+b)=adx$$

$$d(xy)=ydx+xdy;\ d(x^{m})=mx^{m-1}dx;$$

$$d\left(\frac{x}{y}\right)=\frac{ydx-xdy}{y^{2}};\ d\left(ax^{m}y^{n}\right)\ldots\ldots$$

$$=may^{n}x^{m-1}dx+nax^{m}y^{n-1}dy$$

Siendo *m*, y *n* qualesquiera cantidades positivas ò negativas, enteras ò fraccionarias.

II.

Explicar el método de hallar las diferenciales se-

gundas, terceras, &c. de las cantidades, haciendo ver que

$$dd\left(ax^{m}\right) = m\left(m-1\right)ax^{m-2}dx^{2} + max^{m-1}ddx,$$

y

$$d\left(\frac{dx}{dy}\right) = -\frac{dx\,ddy}{dy^{2}}, \text{ ò } = \frac{ddx}{dy}$$

segun fuere dx, ó dy, constante.

III.

Hallar las fórmulas

$$d\left(Ly\right) = \frac{dy}{y};\quad d\left(x^{y}\right) = x^{y}\left(dy\,Lx + \frac{ydx}{x}\right)$$

para diferenciar las cantidades logaritmicas y esponenciales.

IV.

Hallar las fórmulas

$$d \operatorname{sen} u = du \cos u;\quad d \cos u = -du \operatorname{sen} u;$$

$$d \operatorname{tang} u = \frac{du}{\cos^{2} u};\quad d \sec u = \frac{du \operatorname{sen} u}{\cos^{2} u}$$

que convienen à la diferenciacion de los senos, cosenos, tangentes, y secantes.

V.

Deducir de las fórmulas antecedentes estotras.

$$du = \frac{d\,\text{sen}\,u}{\cos u}\,;\quad du = \frac{-d\cos u}{\text{sen}\,u}$$

$$du = \frac{d\,\text{tang}\,u}{\sec^2 u}\,;\quad du = \frac{d\sec u}{\text{tang}\,u\,\sec u}$$

que corresponden à la diferencial de un arco u, respecto de su seno, coseno, tangente, y secante

VI.

Convertir las fórmulas antecedentes en las siguientes:

$$du = \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = d\,(\text{arco sen}\,x)$$

$$du = \frac{-dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = d\,(\text{arco cos}\,x)$$

$$du = \frac{dx}{1+x^2} = d\,(\text{arco tang}\,x)$$

$$du = \frac{dx}{x\sqrt{(x^2-1)}} = d\,(\text{arco sec.}\,x)$$

VII.

La equacion de la Cicloide vulgar es

$$y = \text{arc sen}\sqrt{(Dx-x^2)} + \sqrt{(Dx-x^2)}$$

y la diferencial

d

$$dy = dx \sqrt{\left(\frac{D - x}{x}\right)}$$

Expresando

D	el diámetro del círculo generador.
y	la ordenada de la curva.
x	la abscisa contada sobre la altura, desde el vértice de las dos curvas, comun à la ordenada de la Cicloide, y à la correspondiente del círculo generador.

VIII.

Hallar para qualquiera curva las fórmulas siguientes:

De la subtangente

$$S = \frac{y\,dx}{dy}$$

De la tangente

$$T = \frac{y}{dy} \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

De la normal

$$N = \frac{y}{dx} \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

De la subnormal

N

$$N' = \frac{y\,dy}{dx}$$

Siendo

S la subtangente
T la tangente.
N la normal.
N' la subnormal.
x, y las coordenadas orthogonales contadas desde el origen del diámetro de la curva.

IX.

Manifestar por medio de la preposicion antecedente, que la subtangente de la Parábola es

$$S = 2x \quad ,$$

y la de la Cicloide vulgar

$$S = \text{arc sen } \sqrt{(Dx - x^2)}$$

X.

Explicar la doctrina de los límites de las lineas curvas, y demás cantidades, haciendo ver que quando $\frac{dx}{dy} = 0$, ò $\frac{dy}{dx} = 0$, se determinan los límites de las coordenadas x, è y, y los puntos en que las tangentes son paralelas à las abscisas ù ordenadas, y las máximas ò mínimas abscisas, ù ordenadas de la curvas que las tengan; advirtiendo que si en lugar de la cantidad que debe ser el máximo ò mínimo, por exemplo a se substituye $a + q$, y $a - q$, quando los resultados de estas substituciones sean reales, y menores que

a, lo que se hubiere hallado será un máxîmo; si fuesen reales, y mayores que el de a, será un minimo; y si el uno resultare real, y el otro imaginario, hará veces de máxîmo y minimo.

XI.

Hallar las fórmulas siguientes.

De la diferencial de un arco

$$d\ arc = \surd(dx^2 + dy^2)$$

Del radio osculador, ò de curvatura

$$R = \frac{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}}{\mp dx\, ddy}$$

Sirviendo

$-$ para quando la curva es cóncava.

$+$ para quando es convexâ.

XII.

Suponiendo N, la parte de la normal interceptada entre la curva, y la línea de las abscisas; y B, el ángulo que forma aquella con esta: será tambien el radio osculador

$$R = N + \text{sen } B \times \frac{dN}{\cos B\, dB}$$

XIII.

Hallar las fórmulas

$$\frac{\left(1+\frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{+\frac{ddy}{dx^2}} = 0 \text{ , ò } \frac{\left(1+\frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{+\frac{ddy}{dx^2}} = \infty$$

para determinar los puntos de inflexîon, y de regreso de las curvas algebricas que los tengan.

XIV.

Dividir un número dado *a* en dos partes, tales, que el producto de la una por la otra sea mayor que el de otras dos partes qualesquiera del mismo número.

XV.

Determinar entre muchos triángulos rectángulos, que tienen una misma hipotenusa dada, el que tiene mayor superficie.

XVI.

Dada la circunferencia de un madero cilíndrico, determinar el perfil rectángulo, que se ha de dar el quarton, para que resulte de la mayor resistencia posible.

XVII.

Determinar el ángulo que deben formar las patas de una ancla con el cepo, para que en el fondo de la Mar agarren lo mas que sea posible.

XVIII.

Manifestar que el radio osculador de Parábola es

$$R = \frac{N^3}{\frac{1}{4}a^2}$$

y en el vertice

$$R = \frac{1}{2}a$$

Siendo

N la normal.
a el parámetro.

XIX.

El radio osculador de la Cicloide es

$$R = 2\sqrt{(D(D-x))}$$

En el origen

$$R = 0$$

En el vertice

$$R = 2D$$

ò generalmente, igual al duplo de la cuerda correspondiente del círculo generador; en el origen, cero; y en el vertice, duplo del diámetro.

XX.

Manifestar que qualquier arco de la Cicloide correspondiente à la abscisa x es $= 2\sqrt{Dx}$, y que así el arco entero de la Cicloide $= 4D$

XXI.

Hallar el punto de inflexion de una curva, cuyo diámetro a sea tal, que la relacion entre su abscisa x, y su ordenada y esté cifrada en la equacion

$$a x^2 = x^2 y + a^2 y$$

XXII.

Hallar el punto de inflexîon de la curva, cuya equacion es

$$y - a = (x - a)^{\frac{3}{5}}.$$

NOTA.

D. Fernando Villanueva, que piensa en dedicarse al estudio de la Física, además de este exercicio, ofrece disertar sobre los Gazes Oxîgeno, Hidrogeno, y Azoöte, y manifestar sus propiedades con algunas experiencias.

V.

EXERCICIO QUE HA DE TENER EL TENIENTE CORONEL

D. MANUEL TREVIJANO,

COMANDANTE DEL III.° BATALLON DEL REGIMIENTO DE GRANADA.

FORTIFICACION REAL.

FOrtificacion, ò Arquitectura Militar, es la ciencia que enseña à disponer todas las obras conducentes à conseguir el fin de la guerra. Se divide en *Real*, y de *Campaña*. La fortificacion Real enseña à fortificar un recinto destinado à la conservacion del Estado con tales ventajas, que pocos puedan defenderse, y resistir á la invasion de muchos. Para esto sirve el conocimiento de las obras, y métodos que se suelen observar en la fortificacion de las plazas, segun se propone en los problemas siguientes.

I.

Explicar los términos de la fortificacion Real.

II.

Explicar la situacion de las plazas, y el arte de fortificar.

III.

Explicar las lineas, y ángulos del plano de una pla-

plaza, manifestando las leyes, ò máximas à que deben ajustarse.

IV.

Explicar qué es muralla, y las partes en que se divide.

V.

Explicar qué son baterias en la muralla, baluartes, y cortinas, y delinear la magistral de una fortificacion.

VI.

Explicar qué es Falsabraga, y foso, y dar el método de delinearlo.

VII.

Explicar qué es camino cubierto, y delinearlos

VIII.

Explicar las obras convenientes en general, y delinear el flanco curvo retirado

IX.

Explicar qué es tenazon simple, y delinearlo.

X.

Explicar qué es tenazon doble, y delinearlo.

XI.

Explicar las diferentes especies que hay de revellines, y delinearlos.

XII.

Explicar qué es media-luna, y delinearla.

XIII.

Explicar qué es plaza de armas atrincherada ò luneta, y delinearla.

XIV.

Explicar qué es lengua de sierpe, y flecha.

XV.

Explicar qué son minas, y contra minas.

XVI.

Explicar qué es tenaza cortada, y delinearla.

XVII.

Explicar qué es tenaza simple, y delinearla.

XVIII.

Explicar qué es corona, ù Hornabeque doble, y delinearlo.

XIX.

Trazar el plano de una fortaleza sobre el terreno.

XX.

Hallar la fórmula

$$M = \frac{4}{27} s^4 a^3$$

que expresa el momento de la presion, ò empuje que hacen las tierras contra un muro.

Representando

a la altura del muro.
s el seno del declivio de las tierras.
M el momento.

XXI.

Hallar las fórmulas siguientes:

Para un muro de piedra.

$$9x + 9na = a\sqrt{(24 s^2 + 27 n^2)}$$

Para quando ès de ladrillo.

$$9x + 9na = a\sqrt{(30 s^2 + 27 n^2)}$$

que sirven para determinar el espesor superior de dicho muro, à fin que resista à la presion de las tierras.

Expresando

n la base del declivio del muro.
x el espesor que se busca.
a, s lo mismo que en la proposicion antecedente.

CLA-

CLASE DE DIBUXO

NATURAL Y MILITAR

A CARGO DE SU MAESTRO

D. FRANCISCO DE LA TORRE.

DIBUXO NATURAL.

Asisten los Sres.

D. Joseph Montaldo.
D. Francisco Hoyos.
D. Augusto Lacosse.
D. Federico Lacosse.
D. Mariano Carrillo.
D. Enrique Meyer.
D. Diego Terri.
D. Antonio Terri.
D. Pedro Rosales.
D. Manuel Barrientos.
D. Mariano Rapela.
D. Manuel Ortega.
D. Francisco Chacon.

DIBUXO MILITAR.

Asisten los Sres.

D. Manuel Trebijano.
D. Fernando Villanueva.
D. Francisco Carrillo.
D. Mariano Sesma.
D. Salvador Arizon.
D. Pedro Osorio.
D. Miguel Plowes.
D. Pedro Carrillo.
D. Francisco Vazquez.
D. Antonio Carrillo.

Estos Caballeros manifestarán al Público los dibuxos y planes, que han trabajado desde el primero de Septiembre de 1797, en que se dió principio à la Clase.

ERRATAS.

Página.	*Linea.*	*Dice.*	*Lease.*
36	1	$S - \frac{x^3}{(1-x)^2}$	$S = \frac{x^2}{(1-x)^2}$
36	5	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}^3$
54	23	*tang d tang L*	tang d cot L
55	2	*boreal*	oriental
55	3	*austral*	occidental
59	7	$\sqrt{(1-x^2}$	$\sqrt{(1-x^2)}$